

## ІНТУЇЦІОНІЗМ ТА ДОКСАТИЧНА ЛОГІКА

*Розглядається можливість застосування елементів інтуїціоністської логіки (зокрема семантики ВНК), а також логіки доказів (що виникають пізніше), до логік переконань (доксатичних логік) з метою прояснення проблеми логічного всезнання. Описуються філософські та технічні аспекти проблеми, проводяться аналогії певних логічних концептів із концептами з аналітичної філософії мови. В статті використовуються ідеї А. Н. Колмогорова, С. Кліні, К. Гьоделя, С. Н. Артемова. Серед розглянутих формальних систем – інтуїціоністська семантика ВНК, логіка доказів LP, доксатичні логіки, модальна логіка S4. Постулюється філософське поняття упереджень та пропонується його формалізація з метою пошуку альтернативних шляхів подолання проблеми логічного всезнання. Наводяться приклади спроб вирішити дану проблему іншими дослідниками, такими як К. Конолідже та Г. Левескі.*

**Ключові слова:** доксатична логіка; інтуїціонізм; логічне всезнання; логіка доказів; семантика Колмогорова.

**Проблема** обґрунтування переконань відома у філософії ще з часів Платона та нерозривно з'єднана з центральною проблематикою епістемології. Адже одне з найстаріших визначень знання це «обґрунтоване істинне переконання» [10]. У логіці класична проблема отримала новий контекст в рамках доксатичних логік, які формалізують психологічні переконання та логік дії, які спираються на переконання як основу поведінки. Довкола цих формальних систем існують певні осьові питання, наприклад питання про «логічне всезнання» (logical omniscience). Поряд з цим актуальною проблемою є філософське та формальне обґрунтування переконань як об'єкту логіки.

Подібна модель може застосуватись для розв'язання філософських і технічних проблем логіки переконань, зокрема, обґрунтування переконань, логічне всезнання, а також представлення обмеженості когнітивних ресурсів та, можливо, виправити загальні недоліки застосування дедукції в формальних системах такого типу.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Обґрунтування тверджень засобами математичної логіки та дослідження формального доведення теорем передували оригінальній розробці семантики А. Н. Колмогорова. В семантиці А. Н. Колмогорова для інтуїціоністської логіки обґрунтування твердження виражалось у вигляді його доведення. Набагато пізніше на базі цієї семантики було побудовано логіки обґрунтування (Justification Logics, числення LP) [1].

Зазначені розробки залишаються доволі цікавими із загальної філософської точки зору. Подібну семантику в математиці можна зіставити із класичними позиціями аналітичної філософії мови, наприклад з теорією дескрипцій Б. Рассела [пор. 12]. Згідно з теорією цього філософа [11] імена предметів є визначеними дескрипціями, описами цих предметів, що виок-

ремлюють їх з множини інших речей – так здійснюється референція. Згідно його концепції ми повинні проводити ретельний логічний аналіз термінів, який проникає за зовнішню форму і досягає внутрішніх логічних структур і зупиняється тільки коли доходить найелементарніших логічних деталей, «атомів». Такий аналіз можна витлумачити на зразок оберненого дедуктивного виводу.

Окрім особливостей теорії імен Б. Рассела варто згадати класичну логіку предикатів. В основі її розбудови лежать ідеї Г. Фреге [3], так званий «семантичний трикутник». Тоді *денотат імені* та *смісл* завдяки посередництву якого ім'я відсилає до денотату (референту) виявляються відокремленими. Пізніше в аналізі мовних виразів увага переміщується від їх логічно-формального аналізу до аналізу тих ментальних настанов, з якими пов'язані їх змісти, те що і як вони означають.

Зазначене, виявляється достатнім для того щоб «перекинути місток» до існуючих поширених теорій (логік переконань), які описують обґрунтування не для математичних тверджень, а для психологічних переконань. Переконання, а радше формули, які їх виражають, з одного боку, теж стосуються певного стану справ, як імена у філософії мови, а з іншого – представлені у логічній мові у формальному вигляді і обробляються за дедуктивними правилами. У логіках LP поєднується обидва аспекти – твердження можуть стосуватися стану справ, але завдяки новим аксіомам є можливість визначити чи є вони вивідними, і наскільки ускладненим є їх вивід. А підраховані обчислювальна складність та час, потрібний для виводу конкретного твердження, можуть стати при нагоді для вирішення деяких проблем доксатичної логіки про обмеженість часу та когнітивних ресурсів.

**Метою даної статті** є розгляд семантики А. Н. Колмогорова для інтуїціоністської логіки [2], що застосовується для обґрунтування математичних тверджень та порівняння цієї семантики з методами обґрунтування переконань у доксатичній логіці. Це робиться задля представлення моделі того, як формальні обґрунтування можуть працювати в царині не суто математичних доведень, а міркувань реального агента.

**Виклад основного матеріалу.** Сама по собі дедукція в базах даних доксатичної логіки радикально не відрізняється від методів класичної логіки предикатів та інтуїціоністської логіки. Є спільні наріжні проблеми для подібних логік: це перш за все проблема логічного всезнання (logical omniscience), а також згадувана, менш масштабна проблема обмеженості у інтелектуальних та часових ресурсах. Проте класичний логічний аналіз, зокрема згадані підходи Б. Рассела та Г. Фреге, виявляється не достатнім для логіки переконань. Остання носить менш строгий формальний характер.

Проблема обмеженості у часі та інтелектуальних ресурсах полягає в тому, що люди завжди є обмеженими у цих параметрах, і формальна модель також має відображати це. Про проблему логічного всезнання, яка є центральною для даної статті, буде сказано нижче.

Логіки переконань побудовані таким чином, що в їх межах переконання обробляються їхніми засобами відповідно до законів і правил дедуктивної логіки. Обґрунтування переконань виявляється неоднозначним. З одного боку, нові переконання можуть бути продуктом обробки вже існуючих переконань, і тоді їх обґрунтування має багато спільного з обґрунтуванням тверджень в класичній логіці; з іншого боку, нова інформація, на основі якої виникають нові переконання, може надходити до агента із зовнішнього світу – саме на цей процес зорієнтована більшість доксатичних логік.

Якщо зовнішній світ це просто інша формальна мова, або метамова, ми не будемо мати справу з механізмами, які необхідно впровадити щоб описати надходження нових тверджень до формальної системи, як AGM (загально поширена аббревіатура в основі якої перші літери прізвищ засновників даної системи [4]). Доксатичні логіки по різному враховують дані зовнішнього середовища, тому важко визначити подібне поняття для сімейства формальних систем в цілому. А от внутрішня дедукція залишається в цих системах в основному незмінною, і саме на ній варто сконцентрувати увагу.

Рациональний агент має вірити, або принаймні брати до уваги основні закони та тавтології математичної логіки. Хоча не всі класичні логічні закони є чинними в доксатичних логіках. Щоб проілюструвати це, згадаємо відомий приклад з переносом правила *modus ponens* у логіку переконань. Як відомо, в класичній логіці:

$P$ ,  
 $P \rightarrow q$   
 Отже,  $q$ .

А у випадку доксатичної логіки формула:  $Bp$ ,  $B(p \rightarrow q)$ , отже  $Bq$  не завжди чинна.  $Bp$ , позначає пере-

конання, що « $p$ »; відповідно  $B(p \rightarrow q)$  означає переконання, що якщо  $p$ , то  $q$ ; і  $Bq$  – переконання що  $q$ .

Формула, яка є логічною з огляду на правила та закони традиційної і класичної логіки є хибною в багатьох випадках доксатичних числень. Останнє відповідає й тому, що є відомим з психологічної точки зору, а саме, що людина не завжди підтримує переконання, які логічно-формально витікають з тих, які вона підтримує. Людина не завжди вірить у змісти твердження, які логічно витікають з відомих їй фактів.

Навіть якщо інформація надходить виключно з зовнішнього світу, вона все одно класифікується і обробляється за правилами дедуктивної логіки. В межах логіки, як формальної науки, ми не багато можемо сказати про способи надходження такої інформації. В межах епістемології, як філософської дисципліни, про те, що і як ми знаємо, зазначені способи надходження інформації виявляються проблемою перцепції (що є наріжною і не має однозначного розв'язання). З іншого боку, способи надходження інформації можна витлумачити в річищі філософської проблематики відношень між агентом та зовнішнім світом. Такі стосунки розкриваються більш повно, коли мова йде не тільки про сукупність переконань, а й про дії, які агент вчинить на базі своїх переконань. Останнє стосується так званих BDI (belief-desire-intention) мультимодальних логік [5], в яких пов'язують базу знань та діяльність штучно змодельованого агента.

Порядок виникнення нових переконань на основі інформації з зовнішнього середовища становить собою велику частину словника логіки переконань. Саме для відображення цього процесу в деякі числення вводяться, наприклад, елементи темпоральної логіки. Застосування дедуктивних правил у межах доксатичної логіки можна удосконалити за допомогою інтуїціоністської логіки. Окрім того, проблема представлення обмежених когнітивних ресурсів, яку намагались вирішити в численнях з темпоральними елементами виникає і для інтуїціоністської LP.

Неформальна семантика інтуїціоністської логіки була розроблена у 1930-х роках і отримала назву семантики Брауера-Гейтінга-Колмогорова (ВНК). Вона включала у себе наступні правила:

- доказ  $A \wedge B$  включає в себе доказ  $A$  та доказ  $B$ ;
- доказ  $A \vee B$  забезпечується доказом  $A$  або доказом  $B$ ;
- доказом  $A \rightarrow B$  є конструкція, яка для кожного доказу  $A$  встановлює відповідний доказ  $B$ ;
- тотожно хибний вираз, «що позначається  $\perp$ », є виразом, який не має доказів, « $\neg A \in A \rightarrow \perp$ ».

Очевидно, що суто формальне представлення даних правил – складна проблема, через що дана семантика залишалася набором неформальних правил. Найбільш цікавим елементом цієї семантики є положення про імплікацію, завдяки якому вона, будучи в класичних логіках заміною на комбінацію інших операторів (відомо з робіт Д. Булля [6]), набуває докорінно нового змісту. Формально така імплікація є функцією з однієї множини доказів у іншу. Це означає що доказ, як референт формули, дедуктивно трансформується у інший доказ, якому відповідає інший референт. Головним стає саме цей процес трансформації, однак доказ, разом з цим, структурно визначає

собою «прив'язане» до нього твердження. Така концепція імплікації є подібною до інтерпретацій в класичній аналітичній філософії мови (про яку згадувалось вище).

Сформульоване таким чином поняття імплікації створює потребу точного формального представлення відповідного зв'язку. Це виявляється викликом для інтуїціоністської логіки, відповідь на який породжує логіку доказів.

Базова логіка LP розглядає тільки випадки, коли одному доказу відповідає точно один референт [1]. Саме такі випадки взяті до уваги в даній статті. Важливою проблемою є також суто філософська – якщо твердження реферує до свого доказу, то що становить собою семантика? Виходить, що всі імена відсилають не до об'єктивного світу, а до певних фрагментів формальних мов. Це варто уваги, оскільки докساتична логіка працює з твердженнями про світ, а отже подібна онтологічна теорія – ще один аргумент на користь того, що ідеї ВНК можна застосувати для переконань, а не тільки для математичних доказів і формальних систем. Звичайно, не варто вважати, що докساتична логіка дійсно має обмежуватися переконаннями агента з емпіричними змістами, вона покликана відбивати психологічні процеси агента. Але та частина логіки, яка присвячена формально-дедуктивним перетворенням – дедукція у базі знань, на якій ми в цілому і концентруємо увагу – може позичати ідеї з інтуїціоністської семантики А. Н. Колмогорова та похідних логік.

В основі дедукції в базах знань, як уже було сказано, лежать ті ж самі принципи, що і в математичній логіці, оскільки для того, щоб бути хоч трохи раціональним, агент має вірити принаймні в базові тавтології. Докساتичні логіки будують на основі модальної логіки з деякими змінами в аксіоматиці. Наприклад, обмежується або взагалі вилучається аксіома К нормальної модальної логіки, вводяться додаткові аксіоми або відкидаються старі, будується некласична семантика. Інтуїціоністська логіка також зазнає змін порівняно з класичною. В даному випадку ми маємо справу з гіпотезою, породженою аналогією – зміни в інтуїціоністських системах можуть бути доречними для докساتичних числень також, або навіть бути більш ефективними, ніж згадані модифікації модальних логік.

Перша особливість змін в інтуїціоністській логіці стосується проблеми логічного всезнання [8]. Що становить собою ця проблема? Очевидним є те, що міркування людського агента не схожі на міркування машини, оскільки навряд можна сказати, що якась людина, знаючи аксіоми формальної системи, також знає і всі висновки з цих аксіом. Це неможливо, хоча з огляду на те, що людина не має необмежену пам'ять та рівень інтелекту. Хоча глибша причина – принципова відмінність психологістичного та формального міркування. Не важко ввести в числення засоби, які б ставили формальні перепони абсолютному мисленню, але дуже важко зробити такі засоби корисними та відповідними іншим елементам формальної системи.

Чому в принципі виникає ця проблема – чому ми маємо вводити дещо, що є недоліком у процесі людських міркувань, порівняно з суто формальним виве-

денням тверджень машинами? По-перше, логіка не завжди ставить перед собою задачу прийти до максимального числа істинних тверджень – часто числення є просто моделлю міркувань певного агента у деяких обставинах. Якщо проблема поставлена таким чином, тоді нам необхідно знайти засоби для того, щоб наблизити формальне міркування до реального, з метою дослідити, як саме відбувається реальне. По-друге, не факт, що справа саме в недоліку – якби все було так прямолінійно, просте введення додаткового параметру вирішило б цю проблему.

Розглянемо існуючі в науковій літературі рішення проблеми логічного всезнання. Найвідомішим рішенням є дедуктивна структура К. Конолджа [9]. Його формальна система складається з двох частин – множини В аксіом та множини R правил виводу тверджень з цих аксіом. Множина R може бути неповною відносно В і таким чином, агент може не вірити у всі наслідки своїх базових переконань – отже, він не є логічно всезнаючим.

Г. Левескі поділяв усі переконання, які може мати агент на експліцитні (explicit) та імпліцитні (implicit) [7]. Експліцитні переконання саме і є головними тавтологіями, в які вірить будь-який раціональний агент, а імпліцитні – позначають наслідки, до яких він може і не дістатися, тобто через наявність останніх логічне всезнання відсутнє.

В обох згаданих підходах є свої плюси та мінуси. Їх об'єднує єдиний метод – поділ усіх тверджень формальної системи на різні групи з різними властивостями, які врешті й забезпечують відсутність логічного всезнання. Технічно засіб, запропонований у даній статті, має більше спільного зі способом, розробленим Г. Левескі.

Отже, інтуїціоністська логіка має елемент, який можна застосувати для вирішення цієї задачі. Однією з перших спроб збудувати формальну модель на принципах ВНК була так звана обчислювальна інтерпретація С. Кліні [1, с. 3]. С. Кліні пропонував розглянути функції, які обчислюють вивід твердження, як їх референти. Для відтворення семантики ВНК ідея виявилась не зовсім придатною, але була плідною для іншого класу семантичних моделей – обчислювальних семантик.

Тим не менш, у обчислюваних функціях є одна цікава особливість – разом із твердженням, до якого вони прив'язані (оскільки твердження реферує до доказу), можна також підрахувати складність обчислення та час необхідний для цього. А це – ідеальний формальний критерій для того, щоб відділити висновки, до яких дійти легко, від висновків, до яких людина може дійти тільки з великими затратами часу та інтелектуальних зусиль (або взагалі не дістатися). Застосування конкретно цього підходу С. Кліні не обов'язкове – він і не знайшов вжитку в подальшому розвитку інтуїціоністської логіки. Але подібні засоби обчислення складності та часу були використані в логіках доказів.

Загалом у сучасній логіці відома проблема вирішуваності (decidability) формальної системи – питання про те, чи можна певні твердження системи довести (за поліноміальний відносно їх формул) час. Зви-

чайно, переносити буквально цей механізм у доксати-чні логіки не варто. По-перше, те, що може бути складним для машини, може бути тривіальним для людини, і навпаки. По-друге, не тільки і не стільки саме складність та час є основними факторами, які виявляються для агента перепонами під час мислення. Подібними факторами є різноманітні обмеження та особливості людського розуму.

Для доксатичної логіки пасує ця ідея, але залишається проблема, як саме реалізувати цю ідею в її межах. Технічна складність обчислювальної функції психологістичних міркувань залишається вагомою, але мислення людини стикається не тільки з цією проблемою. Більшу роль відіграють різноманітні упередження. Наприклад, якщо йдеться про математичні міркування, людина може не мати змоги прийти до вирішення задачі через те, що звикла використовувати певний метод, який для розв'язання даної задачі не є слухним. Звичайно, психологічні упередження та обчислювальна складність не єдині причини помилок у психологістичних міркуваннях.

Потрібно, звичайно, більше сказати про сам термін «упередження», який ми використовуємо тут у значно більш специфічному сенсі, ніж зазвичай.

По-перше, йдеться не тільки про різноманітні буденні упередження, і навіть не стільки про них. Не виключено, що вони теж можуть грати певну роль при формально-дедуктивних міркуваннях, як, наприклад математичному, але ця роль дуже обмежена. В доксатичній логіці ця роль (тобто впливу цієї риси тверджень на формалізми), звичайно, значно більша, оскільки переконання про світ так чи інакше стосуються світогляду, а отже є полем для різноманітних буденних, релігійних, ідеологічних та інших упереджень. Але в даному випадку вирішальну роль відіграє те поняття, від якого ми починали обговорення обчислювальної інтерпретації семантики ВНК, а саме доступний формальний критерій складності доведення міркувань. Для буденних упереджень встановлення такого доступного формального критерію є проблемним. З іншого боку, якщо буде представлено більш узагальнене поняття упередження, можна сказати, що наша модель відображає упередження загалом з певним відносним рівнем точності щодо конкретно буденних упереджень.

По-друге, про упередження йдеться в більш широкому смислі. Як вже було сказано, для математика такими упередженнями можуть бути певні методи, які він звик застосовувати не з формальних, а з психологічних причин – за звичкою. Навряд чи математичні методи – це те, що ми зазвичай зараховуємо до упереджень. Окрім того, упередження у того чи іншого мислячого агента можуть бути суто епістемологічними, продуктами застосування певного конкретного стилю мислення. Так, у скептика є певні упередження щодо світу; у емпірика дещо інші. Їх можна критикувати, але не можна остаточно стверджувати, що ці упередження є чимось шкідливим чи неправильним. Навіть з формальної точки зору, певні упередження можуть привести агента (навіть обмеженого в ресурсах) до більш корисних, ефективних висновків, аніж ті, до яких дійде абсолютно неупереджена машина. Але математичні методи та епістемологічні методоло-

гічні концепції мислення можуть бути інструментами для застосування чіткого формального критерію і тому слугують за поле дії для обчислювальної семантики.

Чи можна навести ще якісь причини, окрім упереджень та обмеженості у ресурсах, для логічного всезнання у машини та відсутності подібного у людини? Швидше за все, при ретельному аналізі це можливо. Але тому й треба було специфікувати поняття упередження та застосувати формалізм для більш загального випадку – таким чином, більшість інших причин можна пристосувати для існуючого рішення. Саме рішення буде виглядати наступним чином.

Формальну систему можна зобразити, як дерево, гілки якого йдуть від простіших формул до більш складних. Так, наприклад, можна побудувати обернене аналітичне «дерево» природної дедукції. На такому дереві схематично засновані програми пошуку автоматичного доведення теорем, і саме за такою схемою дуже зручно представляти складність тих чи інших речень формальної мови. Як і всі подібні структури, таке дерево засноване на аксіомах і правилах виводу, які застосовуються до цих аксіом. Такий метод застосовується, наприклад, у SPASS – програмі для автоматичного доведення теорем логіки предикатів першого порядку.

Психологістичні упередження теж можна представити у вигляді подібної структури. Виділимо певну множину тверджень, які не є аксіомами для формальної системи, але є визначальними для мислення агента, та простежимо, до яких інших множин вона імплікує. Визначальні твердження окреслюють складність доказу для всіх інших тверджень формальної системи. Таким чином, розіб'ємо формальну систему на області, які будуть визначати, наскільки важко агенту дістатися до них з допомогою дедукції. Тоді для будь-якого твердження можна буде підрахувати складність виведення відносно початкових тверджень агента, спираючись на геометричні відношення між твердженням та областю упереджень агента. Так, наприклад, в модальній логіці статус тверджень визначається взаємовідношенням можливих світів. Відношення досяжності дає зрозуміти, які світи і як чинять вплив один на одного, відстань між світами, відносно центрального, пояснює зміни в твердженнях. Крім того, модальна аксіоматика описується такими поняттями як, евклідовість, що вказує на те, що модальна семантика дійсно порівнюється з різними геометріями. Оскільки логіки можуть бути різні, то й класи геометрій мають на увазі різні.

Відштовхуючись від прикладу з упередженням у математичному міркуванні – метод який не дає дістатися нових тверджень, засновується на правилі виведення та групі поєднаних між собою тверджень. Так, наприклад, п'ятий постулат Евкліда не дозволяє відкрити інші геометрії, тобто виявляється упередженням, перепонаю на шляху до їх відкриття. З іншого боку, деякі теореми дуже зручно доводити за допомогою такого методу, упередження не виявляються перепонами.

Аксіоматика та правила виводу формальної системи повністю визначають собою, які твердження можливо вивести, а які ні, й подібний статус для всіх та-

ких тверджень є обов'язковим. Упередження лише поділяють тіло системи на області, виокремлені таким чином, щоб відображати ступінь складності доходу до них агентів. Можна зробити висновок, сказавши, що аксіоми мають справу з формально необхідним в системі, а upheldження є цілковито пробабілістичними (імовірнісними). На основі upheldження, вже існуючим твердженням формальної системи приписуються певне пробабілістичне значення того, як і коли їх можна досягнути. За різних початкових умов агент може або дістатися складної для нього області або не дістатися. Для класичної логіки подібна невизначеність є неприпустимою.

Дуже довга формула може бути складною для машини, але в даному випадку для людини вона залишається тривіальною. Тоді як щось на зразок:  $((P \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow s \dots$  для людини буде набагато складніше зрозуміти та проаналізувати. А для машини складність порівняно з випадком, коли замість усіх змінних, стоїть одна «р», виростає лише на незначний рівень.

Можна також уявити приклад подібний до другого:  $((p \rightarrow p \rightarrow p) \rightarrow p) \dots$

Це буде неоднозначний випадок. Про машинну складність подібної формули вже було сказано, а в випадку мислення людини все буде доволі неоднозначно. Синтаксично ця формула не більш складна, аніж перша, але в плані інтерпретації вона може виявитися набагато складнішою, ніж навіть друга (імплікування твердження до самого себе є проблемою філософії логіки – тавтологією, яку розглядав, у тому числі Л. Вітгенштайн [13]). Чітко визначити складність будь-якої формули для конкретного агента є проблемним. Це пов'язано і з самою формулою, і з прагматичним контекстом, і з доступними конкретному агенту даними і так далі.

Таким чином, ми визначили, що мають існувати правила upheldження, подібні до правил виводу, які будуть «розбивати» формальну систему на області, кожен з певною підрахованою можливістю того, що її дедуктивно досягнуть.

Після того, як введення upheldження буде застосовано до формальної системи, залишається кілька технічних проблем, таких як обмеженість у часі та інтелектуальних ресурсах. Обидві ці проблеми вирішуються введенням додаткових параметрів заснованих на тих самих обчислюваних функціях. Можна навіть не вводити додаткові параметри, а просто обчислити, наскільки довгими є шляхи для доказу того чи іншого твердження, і рахувати складність та час, необхідний для цього відповідно.

Для того, щоб краще ілюструвати формальну сторону справи, необхідно більше сказати про побудову логіки на основі семантики А. Н. Колмогорова, а саме про згадувані раніше логіки доказів. Ці логіки пропонують увести терми, які будуть описувати визначений шлях доведення для кожного твердження системи.

Якщо це можливо, тоді можлива й ідея розбиття на регіони, якій присвячена ця стаття.

Логіка доказів є природним результатом спроб моделювати інтуїціоністську логіку в класичній математичній – спроб, які були зроблені у 30-х роках А. Н. Колмогоровим та К. Гьоделем [1].

У логіці доказів LP (автор якої російський логік С. Н. Артемов [1]) вводиться спеціальний терм  $p$ , який означає, що його аргумент є твердженням, яке доводиться. Таким чином,  $p: F$  означає, що  $F$  – твердження, яке доводиться. Аксиоматика залишається в основному такою самою, яка вона була у класичній пропозиційній логіці. Додаються тільки кілька нових аксіом, які специфікують поводження терму в стосунку до формул. Наприклад:

$t: F \rightarrow F$ .

Головним для нас є той факт, що подібний терм існує, і його можна поставити у певне відношення до інших формул системи, і при цьому його функціонування не буде вести до суперечливості чи неповноти. За допомогою правильно підібраних додаткових аксіом ми забезпечуємо присутність терма  $t$ : перед кожним валідним твердженням формальної системи. А це означає, що система розв'язувана – для кожного її твердження можна визначити, чи можна його вивести, та одночасно – наскільки складно та довго це буде.

**Висновки.** Таким чином, було розглянуто класичну проблему доклатичної логіки – проблему всезнання, та розглянуті альтернативні способи її витлумачення. В ході викладу аналізувались доклатичні логіки, ідеї інтуїціонізму в логіці та логіка доказів LP. Були проведені паралелі між деякими технічними логіками та філософськими концепціями аналітичної філософії мови. Проблемними виявилися референтні твердження, відповідна онтологія (стан справ) і доказні твердження, а також кореляції між цими концептами. Встановлено, що можна використати ідеї з інтуїціоністської логіки в доклатичних численнях, у яких застосовуються докази твердження в якості його референта. В різноаспектний опис однієї з основних теоретичних проблем доклатичних логік – проблеми логічного всезнання – було залучено осмислення її причин, наслідків та існуючих рішень (зокрема, з моделей К. Конолідже та Г. Левескі). Була постульована можливість створення більш ефективної моделі. Така модель можлива при застосуванні підходів інспірованих згаданими інтуїціоністськими логіками. Було охарактеризовано філософське поняття upheldження та те, яким чином даний концепт можна ввести в логіку завдяки застосуванню методів інтуїціонізму. Експліковані інтуїціоністські ідеї уможливають розподіл формальної системи за регіонами складності. Отже, застосування інтуїціонізму виявлене плідним для більш ефективного виконання задач доклатичних логік.

**Список використаних джерел**

1. Артемов С. Н. Подходы Колмогорова и Гьоделя к интуиционистской логике и работы последнего десятилетия в этом направлении. / *Успехи математических наук*, т.59/ Артемов Сергей – М. : Математический Институт имени В. А. Стеклова Российской Академии Наук, 2004. – 208 с. – С. 9–37.
2. Колмогоров А. Н. О моих работах по интуиционистской логике / А. Н. Колмогоров *Избранные труды: Математика и механика* под ред. С. М. Никольский / Колмогоров Андрей. – М. : Наука, 1985. – 469 с. – С. 393.
3. Фреге Г. Смысл и денотат / *Семиотика и информатика* № 35 / Фреге Готтлоб – М. : *Opera selecta*, 1997. – 380 с. – С. 352–379.
4. Alchourrón, Carlos Eduardo, Makinson, David *On the Logic of Theory Change: Contraction Functions and their Associated Revision Functions* / *Theoria*, №48 / Alchourrón C.E., Makinson D. – 1982. – p. 472–482.
5. Alechina, Natasha; Dastani, Mehdi; Logan, Brian; Meyer, John-Jules *A Logic of Agent Programs*. In: *Proc. AAAI-07.* / Alechina N., Dastani M., Logan B., Meyer J.-J. Ch. – Vancouver (Canada): AAAI Press – 2007. – p. 795–800.
6. Boole, George *The Mathematical Analysis of Logic: Being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning* / G. Boole – North Charleston: CreateSpace Independent Publishing Platform – 2016. – p. 90.
7. Cohen, Philip; Levesque, Hector *Intention is Choice with Commitment* / *Artificial Intelligence*, 4 / Cohen P. R., Levesque H. J. – 1990 – p. 113–261.
8. Grim, Patrick *Against Omniscience: The Case from Essential Indexicals* / *Noûs* №19(2) / Grim, P. – 1985. – p. 151–180.
9. Konolige, Kurt *A Deduction Model of Belief* / Konolige K. – Waltham: Morgan Kaufmann Publishers, 1986. – 165 p.
10. Plato *Theaetetus*. – Cambridge: Hackett Publishing, 1st Edition – 2004. – 136 p.
11. Russell, Bertrand *The Basic Writings* / Russell B – Oxon: Routledge Classics, 1<sup>st</sup> edition – 2009. – 784 p.
12. Whitehead Alfred, Russell Bertrand *Principia Mathematica* / Whitehead A., Russell B. – Oregon : Rough Draft Printing – 2011. – 680 p.
13. Wittgenstein. Ludwig *Tractatus Logico-Philosophicus* / Wittgenstein L. – Mineola : Dover Publications, 471 ed. – 1998. – 144 p.

**Я. Петик,**

аспирант, Институт философии имени Г. С. Сковороды НАН Украины, г. Киев, Украина

**ИНТУИЦИОНИЗМ И ДОКСАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

Статья концентрирует внимание на проблеме логического всезнания в доксатических логиках. Цель статьи это поиск альтернативных возможных путей решения этой проблемы. Эти возможные пути решения представляют собой научную новизну работы. Результаты можно применить в формальной эпистемологии и кибернетике. Доксатические логики это логики, которые формализуют психологические размышления агентов. Проблема логического всезнания состоит в противоречии чисто формальной дедукции в системе и реальных психологических размышлений. В чистой формальной дедукции знание всех аксиом и правил вывода автоматически означает знание всех валидных утверждений системы, что очевидно не так для случая реальной психологии человека. Существует несколько моделей решения этой проблемы включая модель Курта Конолидже и модель Гектора Левески. Их сильные и слабые стороны внимательно рассматриваются и предлагается новый путь основанный на заимствовании идей из интуиционистской логики. Эти идеи детально исследуются на основе классических работ А. Н. Колмогорова и более поздних статей С. Н. Артемова. Проводятся аналогии между некоторыми логическими концептами и концептами из аналитической философии языка. В конце недавно созданная формальная система доказательств LP приводятся в пример того, как интуиционистские идеи имплицитно в других логиках и доказываются, что новые пути решения старых проблем в доксатических системах возможны.

**I. Petik,**

Phd student, Institute of Philosophy of G.S. Skovoroda of the National Academy of Sciences

**INTUITIONISM AND DOXASTIC LOGIC**

The paper centers on the problem of the logical omniscience in doxastic logics. The aim of the paper is to propose some new ways for searching the alternative solution to this problem. These new alternatives are the new scientific elements of the paper. The results can be widely applied in formal epistemology and computer science. Doxastic logics are the family of logics that formalize psychological reasoning of the human agents. Logical omniscience consists in contradiction between the pure formal reasoning and psychological one. In pure formal reasoning knowing all the axioms and all the inference rules automatically means knowing all valid sentences which is obviously different for the psychological case. There are several ways to solve this problem proposed throughout the years including models of Kurt Konolige and Hector Levesque. Their minuses and pluses are seriously considered and a new model based on the intuitionistic elements is proposed. Intuitionistic ideas explored in details basing on the classical works of A.N. Kolmogorov and more recent of S.N. Artemov. Analogies between logical concepts and philosophical ideas of the analytic philosophy of mind are made. In the end the recent new formal system LP is considered as the proof that similar approach to the problems in formal logic is possible.

**Рецензенти:** *Лозко Г. С., доктор філос. наук, професор;*  
*Предко О. І., доктор філос. наук, професор.*

© Петик Я., 2017

*Дата надходження статті до редколегії 01.05.17*